

## УДК 621.3

**Жемеров Георгій Георгійович**, д-р техн. наук, проф., професор кафедри промислової і біомедичної електроніки

Харківський національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків, Україна. Вул. Фрунзе, 21, м. Харків, Україна, 61002. Тел. +38-057-707-63-12. E-mail: [zhemerov@gmail.com](mailto:zhemerov@gmail.com) ([orcid.org/0000-0002-3469-0121](https://orcid.org/0000-0002-3469-0121))

**Тугай Дмитро Васильович**, канд. техн. наук, доц., доцент кафедри теоретичної та загальної електротехніки Харківський національний університет міського господарства імені О.М. Бекетова, м. Харків, Україна. Вул. Революції, 12, м. Харків, Україна, 61002. Тел. +38-057-707-31-11. E-mail: [tugaydv@yandex.ua](mailto:tugaydv@yandex.ua)

### ПОТУЖНІСТЬ ВТРАТ І РЕАКТИВНА ПОТУЖНІСТЬ У ТРИФАЗНИХ СИСТЕМАХ ЕЛЕКТРОПОСТАЧАННЯ ПРИ СИМЕТРИЧНИХ СИНУСОЇДНИХ НАПРУГАХ ДЖЕРЕЛА

*Для симетричних трифазних чотирипровідних систем електропостачання отримана залежність між додатковими втратами енергії і середньоквадратичним значенням модуля вектора миттєвої реактивної потужності. За допомогою комп'ютерного моделювання результати обчислень перенесені на асиметричні системи.*

**Ключеві слова:** теорія потужності, реактивна потужність, система електропостачання, коефіцієнт корисної дії, сумарна потужність втрат.

**Жемеров Георгий Георгиевич**, д-р техн. наук, проф., профессор кафедры промышленной и биомедицинской электроники

Харьковский национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», г. Харьков, Украина. Ул. Фрунзе, 21, г. Харьков, Украина, 61002. Тел. +38-057-707-63-12. E-mail: [zhemerov@gmail.com](mailto:zhemerov@gmail.com) ([orcid.org/0000-0002-3469-0121](https://orcid.org/0000-0002-3469-0121))

**Тугай Дмитрий Васильевич**, канд. техн. наук, доц., доцент кафедры теоретической и общей электротехники Харьковский национальный университет городского хозяйства имени А.Н. Бекетова, г. Харьков, Украина. Ул. Революции, 12, г. Харьков, Украина, 61002. Тел. +38-057-707-31-11. E-mail: [tugaydv@yandex.ua](mailto:tugaydv@yandex.ua)

### МОЩНОСТЬ ПОТЕРЬ И РЕАКТИВНАЯ МОЩНОСТЬ В ТРЕХФАЗНЫХ СИСТЕМАХ ЭЛЕКТРОСНАБЖЕНИЯ ПРИ СИММЕТРИЧНЫХ СИНУСОИДАЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЯХ ИСТОЧНИКА

*Для симметричных трехфазных четырехпроводных систем электроснабжения получена зависимость между дополнительными потерями энергии и среднеквадратичным значением модуля вектора мгновенной реактивной мощности. При помощи компьютерного моделирования результаты вычислений перенесены на асимметричные системы.*

**Ключевые слова:** теория мощности, реактивная мощность, система электроснабжения, коэффициент полезного действия, суммарная мощность потерь.

**George Zhemerov**, Ph. D., Prof., professor of the Department of Industry and Biomedicine Electronics. Kharkiv National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute», Kharkiv, Ukraine. Str. Frunze, 21, Kharkiv, Ukraine, 61002. Tel. +38-057-707-63-12. E-mail: [zhemerov@gmail.com](mailto:zhemerov@gmail.com) ([orcid.org/0000-0002-3469-0121](https://orcid.org/0000-0002-3469-0121))

**Dmitry Tugay**, Ph. D., Doc., docent of the Department of Theoretical and General Electrical Engineering. Kharkiv O.M. Beketov National University of Urban Economy in Kharkiv, Kharkiv, Ukraine, Str. Revolution, 12, Kharkiv, Ukraine, 61002. Tel. +38-057-707-31-11. E-mail: [tugaydv@yandex.ua](mailto:tugaydv@yandex.ua)

### POWER LOSSES AND REACTIVE POWER IN THREE-PHASE POWER SUPPLY SYSTEM WITH SYMMETRICAL SINUSOIDAL VOLTAGE SOURCE

*Relationship between the additional energy losses and RMS magnitude of the vector of instantaneous reactive power for symmetrical three-phase four-wire power supply systems is obtained. Results of calculations using computer simulation are carried on asymmetric system.*

**Keywords:** power theory, reactive power, power supply system, efficiency, total power losses.

### Введение

Физическое толкование реактивной мощности в цепях с нелинейной нагрузкой в течение почти 100 летнего периода времени после публикаций W. Lyon [1], S. Fryze [3, 4], S. Budeanu [2] является предметом полемики, в которой высказываются различные, часто противоположные, мнения. В настоящее время в работах Н. Akagi, Y. Kanazava, A. Nubae [5, 6] и их последователей [7–19] сформировалась теория мощности (power theory), основанная,

в отличие от ранних теорий, на понятиях мгновенных токов, напряжений, активной и реактивной мощности, анализируемых в трехмерных неподвижных или вращающихся декартовых системах координат.

В теории мгновенной активной и реактивной мощности (instantaneous active and reactive power theory) рассматриваются прежде всего трехфазные трехпроводные или четырехпроводные системы электроснабжения (СЭ), при этом однофазная система является частным случаем трехфазной с резисторами с бесконечно большими сопротивлениями в двух из трех фаз. Такой подход исключает ошибочные попытки распространения результатов анализа однофазных систем на трехфазные СЭ в части обмена энергией между трехфазной сетью и реактивной нагрузкой.

Можно считать общепринятыми адептами теории мгновенных активной и реактивной мощностей следующие положения:

1. В пространственной трехмерной декартовой системе координат  $a, b, c$  результирующий вектор мгновенного напряжения трехфазной системы определяется как сумма трех векторов, направленных по осям  $a, b, c$ , модули которых равны мгновенным значениям фазных напряжений:

$$\vec{u} = \vec{i} \cdot u_a + \vec{j} \cdot u_b + \vec{k} \cdot u_c, \quad (1)$$

где  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  – соответственно орты, направленные по осям  $a, b, c$  системы координат;

$u_a, u_b, u_c$  – соответственно мгновенные фазные напряжения трехфазной системы.

2. Результирующий вектор мгновенных фазных токов трехфазной системы определяется аналогично результирующему вектору напряжений:

$$\vec{i} = \vec{i} \cdot i_a + \vec{j} \cdot i_b + \vec{k} \cdot i_c, \quad (2)$$

где  $i_a, i_b, i_c$  – соответственно мгновенные фазные токи фаз  $a, b, c$ .

3. Мгновенная активная мощность рассматривается как скорость передачи энергии из сети в нагрузку или из нагрузки в сеть. В первом случае мгновенная активная мощность положительна, во втором – отрицательна. Можно записать два способа определения мгновенной активной мощности:

$$p = u_a \cdot i_a + u_b \cdot i_b + u_c \cdot i_c, \quad (3)$$

$$p = |\vec{u}| \cdot |\vec{i}| \cdot \cos \varphi, \quad (4)$$

где  $\varphi$  – угол сдвига между пространственными векторами напряжения и тока, определяемый, в свою очередь, из соотношения [20]:

$$\cos \varphi = \frac{u_a}{|\vec{u}|} \cdot \frac{i_a}{|\vec{i}|} + \frac{u_b}{|\vec{u}|} \cdot \frac{i_b}{|\vec{i}|} + \frac{u_c}{|\vec{u}|} \cdot \frac{i_c}{|\vec{i}|}. \quad (5)$$

Из (3), (4), (5) следует, что мгновенная активная мощность – это скалярная величина, модуль которой равен скорости передачи энергии, а знак – определяет направление потока энергии.

4. Вектор мгновенной реактивной мощности определяется как векторное произведение результирующего вектора напряжения на результирующий вектор тока в пространственной декартовой системе координат:

$$\vec{q} = \vec{u} \times \vec{i} = \begin{bmatrix} q_a \\ q_b \\ q_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_b & u_c \\ i_b & i_c \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_c & u_a \\ i_c & i_a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_a & u_b \\ i_a & i_b \end{bmatrix}^t. \quad (6)$$

Модуль вектора мгновенной реактивной мощности:

$$q = |\vec{q}| = |\vec{u}| \cdot |\vec{i}| \cdot |\sin \varphi|, \quad (7)$$

где угол  $\varphi$  определяется по соотношению (5).

5. Реактивная мощность является расчетной величиной, ее значение не определяет скорость передачи электрической энергии в СЭ между источником и нагрузкой [21]. Более того, трехфазный симметричный блок реакторов или трехфазная симметричная батарея конденсаторов, будучи подключенными к трехфазной симметричной системе синусоидальных напряжений, не обменивается с ней энергией. Обмен энергией в этих случаях происходит между фазами реактивной нагрузки так, что запас энергии в трех реакторах или трех конденсаторах остается неизменным, а мгновенная активная мощность источника при отсутствии других параллельно включенных нагрузок, равна нулю [16, 22]. Приведенные положения теории мгновенной мощности не дают ответа на следующие вопросы: какая зависимость существует между величиной реактивной мощности и КПД или, что то же самое, потерями энергии в СЭ; изменяется ли характер этой зависимости от причин появления реактивной мощности таких как: угол сдвига фазного тока нагрузки относительно фазного напряжения; пофазная асимметрия резистивных нагрузок; нелинейность нагрузки; несинусоидальность напряжения источника, несимметрия напряжения источника.

В настоящей статье, как полагают авторы, удалось получить ответы на часть перечисленных вопросов.

### Рассматриваемая система электроснабжения

Эквивалентная схема системы электроснабжения представлена на рис. 1.

Энергия в рассматриваемой схеме передается от трехфазного источника напряжений в нагрузку LOAD или в обратном направлении. Напряжения трехфазного источника могут быть синусоидальными симметричными, синусоидальными несимметричными и симметричными несинусоидальными. Под симметрией понимаем конгруэнтность фазных напряжений и наличие в них симметрии того или иного рода.

Нагрузка в свою очередь может быть симметричной или несимметричной резистивной, симметричной или несимметричной смешанной, симметричной или несимметричной

нелинейной. Внутри блока LOAD могут содержаться источники тока и напряжения, а также накопители энергии.

Кабельная линия, соединяющая источник с нагрузкой, может быть четырехпроводной или трехпроводной.

Омическое сопротивление каждой фазы линии равно  $R_s$ , а нулевого провода  $R_n$ .

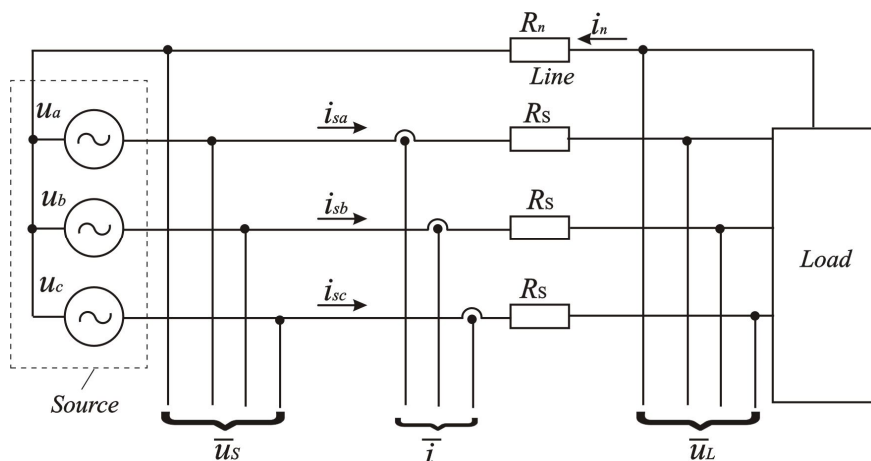


Рис.1. Эквивалентная схема системы электроснабжения

Индуктивность линии не учитывается, поскольку относительная величина падения напряжения на индуктивности невелика и прямо не влияет на потери энергии в СЭ.

Рассматриваемая система электроснабжения снабжена датчиками фазных напряжений источника  $\vec{u}_s$  и нагрузки  $\vec{u}_L$ , а также датчиками фазных токов  $\vec{i}$ . Мгновенный ток нулевого провода определяется как сумма мгновенных значений фазных токов

$$\vec{i}_n = \vec{i}_a + \vec{i}_b + \vec{i}_c. \quad (8)$$

Возможны 32 варианта сочетания параметров напряжений сети и параметров нагрузки, каждому из которых соответствуют значения проекций пространственного вектора тока на оси координатной системы pqr [22].

Как было показано в [22], возможно лишь одно сочетание параметров, при котором реактивные токи по осям  $q$  и  $r$  равны нулю: напряжение сети синусоидальное симметричное, нагрузка резистивная, линейная, симметричная. При этом сочетании параметров направления пространственных векторов напряжения и тока совпадают, а в графике мгновенной активной мощности отсутствует переменная составляющая.

### Максимально возможный и реальный КПД системы электроснабжения

В [23–25] показано, что в эквивалентной схеме СЭ по рис. 1 максимально возможный КПД достигается при симметричной системе синусоидальных напряжений источника, резистивной симметричной нагрузке и при отсутствии пульсаций в кривой мгновенной активной мощности. Численные значения максимального КПД однозначно зависят от параметра отношения мощности резистивного короткого замыкания на зажимах нагрузки к полезной активной мощности нагрузки –  $P_{SC}/P_{usf}$ .

Параметр  $P_{SC}/P_{usf}$  определяется с учетом соотношения:

$$P_{SC} = \frac{3 \cdot U_{sm}^2}{2 \cdot R_S}, \quad (9)$$

где  $U_{sm}$  – амплитуда фазного напряжения источника, при допущении, что полезная мощность,  $P_{usf}$ , равна среднему значению активной мощности нагрузки, в общем случае, в периоде повторяемости, который может отличаться от периода повторяемости напряжения источника.

В табл. 1 приведена зависимость

$$\eta_{\max} = f\left(\frac{P_{SC}}{P_{usf}}\right). \quad (10)$$

Таблица 1

Максимально возможный КПД СЭ

$P_{SC}/P_{usf}$	4	6	8	10	12	14	16	18
$\eta_{\max}$	0,5	0,789	0,854	0,887	0,909	0,923	0,933	0,941
$P_{SC}/P_{usf}$	20	25	30	40	50	60	75	100
$\eta_{\max}$	0,947	0,958	0,965	0,974	0,980	0,983	0,986	0,99

Еще раз отметим, что максимально возможный КПД, указанный в табл. 1, достигается в эквивалентной схеме по рис. 1 при равенстве нулю мгновенной реактивной мощности и при совпадении направлений пространственных векторов напряжения и тока.

На рис. 2 приведена зависимость максимально возможного КПД от отношения  $P_{SC}/P_{usf}$ , построенная по табл. 1. В соответствии с рис. 2 максимально возможный КПД резко снижается при  $P_{SC}/P_{usf} < 16$ .

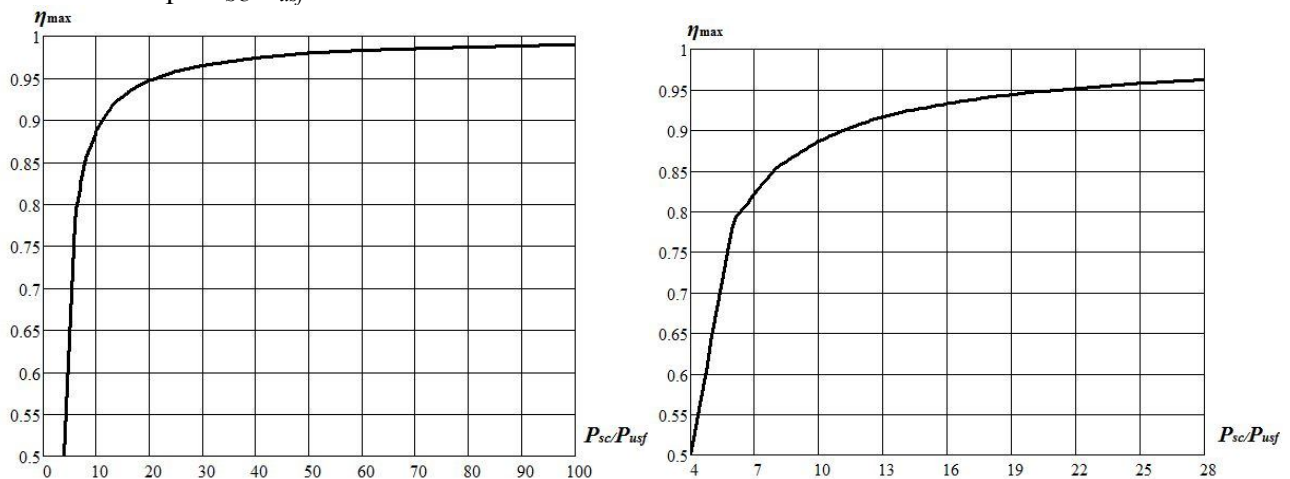


Рис. 2. Максимально возможный КПД СЭ

Зная значение максимально возможного КПД, можно определить минимально возможную относительную мощность потерь энергии в СЭ из соотношения

$$\eta_{\max} = \frac{P_{usf}}{P_{usf} + \Delta P_{\min}} \quad (11)$$

или

$$\eta_{\max} = \frac{1}{1 + \frac{\Delta P_{\min}}{P_{usf}}} = \frac{1}{1 + \Delta P_{\min}^*}, \quad (12)$$

где

$$\Delta P_{\min}^* = \frac{\Delta P_{\min}}{P_{usf}} = \frac{1}{\eta_{\max}} - 1. \quad (13)$$

Реальный КПД всегда меньше максимально возможного значения. Как показано в [23–25] причиной увеличения потерь электроэнергии в СЭ и, как следствие, уменьшения КПД может быть любое изменение параметров СЭ или режима ее работы, приводящее к появлению отличного от нуля модуля вектора мгновенной реактивной мощности в интервале, равном периоду повторяемости процессов в СЭ, или появление пульсаций мгновенной активной мощности.

Допустим, что кривые токов, напряжений, мгновенной активной мощности и мгновенной реактивной мощности имеют один и тот же период повторяемости. В частном случае, период повторяемости равен периоду повторяемости напряжения источника сети  $T_S$ .

#### Определение реактивной мощности

Как было отмечено выше, реактивную мощность СЭ можно определить различными способами, например, предложенными S. Fryze, S. Budeanu, О. Маевским, Н. Akagi или другими [16]. Критерием целесообразности того или иного определения реактивной мощности является возможность использования рассчитанной в соответствии с определением величины для количественной оценки электромагнитных процессов в СЭ. При этом интегральные значения должны определяться в периоде повторяемости по модулю вектора мгновенной реактивной мощности, рассчитываемому по Н. Akagi.

Учитывая, что от величины реактивной мощности не зависит скорость и величина энергии, передаваемой в СЭ, и что существует зависимость потерь энергии от величины реактивной мощности, предлагается рассматривать:

- мгновенную реактивную мощность, равную модулю пространственного вектора реактивной мощности, определяемого по соотношению (6);
- среднеквадратичное значение модуля вектора мгновенной реактивной мощности, вычисляемого в периоде повторяемости

$$Q_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T_{rep}} \cdot \int_t^{t+T_{rep}} |\vec{q}|^2 dt}, \quad (14)$$

- где  $T_{rep}$  – период повторяемости, в общем случае не равный периоду напряжения сети;
- среднее значение модуля вектора реактивной мощности

$$Q_{AV} = \frac{1}{T_{rep}} \cdot \int_t^{t+T_{rep}} |\vec{q}| dt. \quad (15)$$

Отметим, что мгновенные, среднеквадратические и средние значения реактивной мощности не могут, так же как и мощность потерь, быть отрицательными.

Расчеты и измерения мгновенной реактивной мощности необходимо выполнить, используя в соответствии с (7) напряжения сети  $\vec{u}_S$  (см. рис. 1), а не  $\vec{u}_L$ , так как в противном случае не будут учтены дополнительные потери, обусловленные реактивной мощностью  $\Delta P_{react}^*$ .



### Суммарная мощность потерь электроэнергии

Сделаем допущение, что вычисленная в периоде повторяемости суммарная мощность потерь электроэнергии,  $\Delta P_{\Sigma}$ , представляет собой сумму трех составляющих: минимально возможной мощности потерь,  $\Delta P_{\min}$ , определяющей скорость передачи энергии; дополнительной мощности потерь, являющейся функцией действующего значения модуля мгновенной реактивной мощности,  $\Delta P_q$ ; дополнительной мощности потерь, обусловленной пульсациями в кривой мгновенной активной мощности  $\Delta P_{puls}$ :

$$\Delta P_{\Sigma} = \Delta P_{\min} + \Delta P_q + \Delta P_{puls}. \quad (16)$$

Разделив обе части (16) на  $P_{usf}$  – среднюю за период повторяемости полезную активную мощность нагрузки, получим:

$$\Delta P_{\Sigma*} = \Delta P_{\min*} + \Delta P_{q*} + \Delta P_{puls*}. \quad (17)$$

В соответствии с (17)  $\Delta P_{\min*}$  определяется по табл. 2, и по соотношению (13). Величина  $\Delta P_{q*}$  является функцией среднеквадратического значения за период повторяемости реактивного тока, мгновенное значение которого в свою очередь пропорционально мгновенному значению модуля реактивной мощности. Из чего следует, что

$$\Delta P_{q*} = f(Q_{RMS*}). \quad (18)$$

Величина  $\Delta P_{puls}$  зависит от относительной амплитуды пульсаций активной мощности  $\Delta_P$  [27] или от амплитуды пульсаций тока  $\Delta_I$  [25]:

$$\Delta P_{puls*} = f_1\left(\Delta_P, \frac{P_{SC}}{P_{usf}}\right) = f_2\left(\Delta_I, \frac{P_{SC}}{P_{usf}}\right). \quad (19)$$

Величины  $\Delta_P$  и  $\Delta_I$  связаны между собой при заданной величине  $\eta_{AVreal}$  приближенным, но достаточно точным соотношением [23]:

$$\Delta_P \cong \Delta_I - \Delta_I \cdot \left( \frac{1}{\eta_{AVreal}} - 1 \right). \quad (20)$$

Рассмотрим пример. Пусть  $\eta_{AVreal} = 0,836$ . По табл. 1 в [23] находим, что этому значению соответствует ячейка  $P_{SC}/P_{usf} = 8$ ,  $\Delta_I = 0,5$ . По соотношению (20) при  $\Delta_I = 0,5$  находим значение  $\Delta_P$ :

$$\Delta_P \cong 0,5 - 0,5 \cdot \left( \frac{1}{0,836} - 1 \right) = 0,402. \quad (21)$$

По табл. 1 в [19] в ячейке  $P_{SC}/P_{usf}$ ,  $\Delta_P = 0,4$  находим  $\eta_{AVreal} = 0,833$ , что практически не отличается от исходного значения.

### Расчетные соотношения для симметричной СЭ с синусоидальными напряжениями и токами

Основные допущения в настоящей работе, справедливость которых подлежит проверке в Matlab-модели, математически отражены соотношениями (17)–(20). Тем не менее сформулируем основные положения теории с целью уточнения задач виртуальных экспериментов.

– Период повторяемости процессов в СЭ может быть произвольным не обязательно равным периоду напряжения источника.

– Рассматриваются пространственные векторы мгновенных токов, напряжений и реактивной мощности трехфазной СЭ в пространственных декартовых системах координат. Однофазная система – частный случай трехфазной.

– В качестве расчетного значения мгновенной реактивной мощности принимаем модуль пространственного вектора реактивной мощности.

Рассмотрим сначала упрощенный вариант трехфазной симметричной системы с синусоидальными напряжениями источника и линейной смешанной нагрузкой. Период

повторяемости напряжений и токов принимаем равным периоду напряжения источника. Расположение датчиков напряжений и токов в эквивалентной схеме показаны на рис. 1. Напряжения источника:

$$\left. \begin{aligned} u_a &= U_{sm} \cdot \sin \vartheta, \\ u_b &= U_{sm} \cdot \sin \left( \vartheta - \frac{2 \cdot \pi}{3} \right), \\ u_c &= U_{sm} \cdot \sin \left( \vartheta - \frac{4 \cdot \pi}{3} \right), \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

где

$$\vartheta = 2 \cdot \pi \cdot \frac{1}{T_S} \cdot t \quad (23)$$

– безразмерное время;  $T_S$  – период напряжения источника;  
 $U_{sm}$  – амплитуда фазного напряжения.

Токи нагрузки

$$\left. \begin{aligned} i_a &= I_m \cdot \sin(\vartheta - \varphi), \\ i_b &= I_m \cdot \sin \left( \vartheta - \frac{2 \cdot \pi}{3} - \varphi \right), \\ i_c &= I_m \cdot \sin \left( \vartheta - \frac{4 \cdot \pi}{3} - \varphi \right), \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

где  $I_m$  – амплитуда синусоидального тока нагрузки;

$\varphi$  – угол между векторами напряжения и тока.

Средняя за период повторяемости активная мощность, равная полезной мощности нагрузки

$$P_{AV} = P_{usf} = \frac{3}{2} \cdot U_{mL} \cdot I_m \cdot \cos \varphi, \quad (25)$$

где  $U_{mL}$  – амплитуда фазного напряжения нагрузки.

Среднее за период повторяемости значение модуля мгновенной реактивной мощности

$$Q_{AV} = \frac{3}{2} \cdot U_m \cdot I_m \cdot \sin \varphi. \quad (26)$$

Принимаем, что полезная активная мощность,  $P_{usf}$ , равная средней активной мощности нагрузки, не изменяется при изменении угла  $\varphi$ . Реальный коэффициент полезного действия при сделанном допущении определяется из следующего соотношения [24]:

$$\eta_{real} = \frac{1}{1 + \left( \frac{1}{\eta_{max}} - 1 \right) \cdot (1 + tg^2 \varphi)}, \quad (27)$$

где максимально возможный КПД СЭ однозначно зависит от отношения  $P_{SC}/P_{usf}$ . По табл. 1 или по кривым, приведенным на рис. 2:

$$tg^2 \varphi \cong \frac{Q_{RMS}^2}{P_{usf}^2}. \quad (28)$$

Другая очевидная формула для определения реального КПД

$$\eta_{real} = \frac{P_{usf}}{P_{usf} + \Delta P_{\Sigma}} = \frac{1}{1 + \Delta P_{\Sigma*}}, \quad (29)$$

где

$$\Delta P_{\Sigma*} = \frac{\Delta P_{\Sigma}}{P_{usf}}. \quad (30)$$

Из (27)–(30) получаем зависимость суммарной мощности потерь от среднеквадратического значения реактивной мощности

$$\Delta P_{\Sigma*} = \left( \frac{1}{\eta_{\max}} - 1 \right) \cdot (1 + Q_{RMS*}^2). \quad (31)$$

Отметим, что в (31) введено среднеквадратическое за период повторяемости значение модуля пространственного вектора реактивной мощности в соответствии с соотношением (17), причем

$$Q_{RMS*} = \frac{Q_{RMS}}{P_{usf}}. \quad (32)$$

### Matlab-модель СЭ

Проверка полученных соотношений была выполнена на Matlab-модели эквивалентной трехфазной четырехпроводной СЭ, представленной на рис. 3.

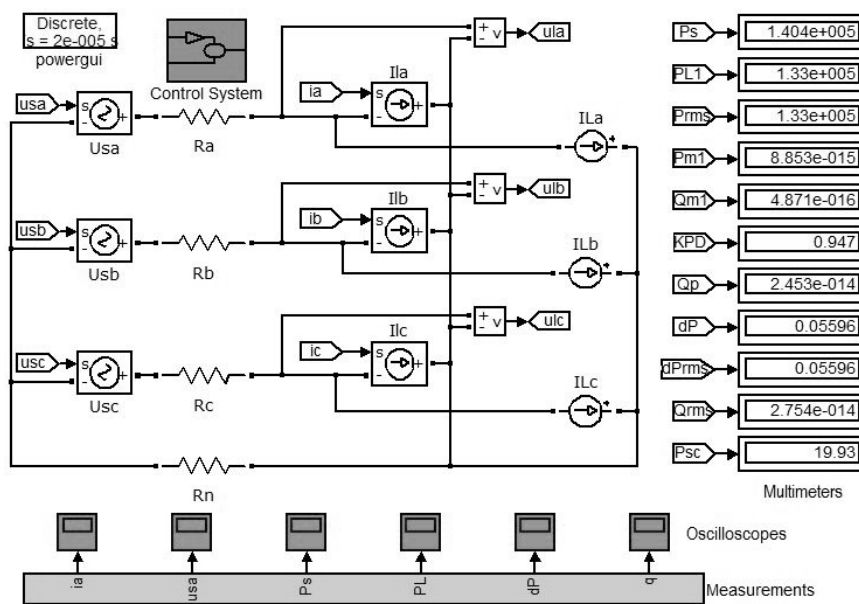


Рис. 3. Matlab-модели эквивалентной трехфазной четырехпроводной СЭ

используется блок Control System, устанавливающий параметры трехфазного источника и дополнительной нагрузки. Измерение и расчет электрических величин и параметров СЭ осуществляет блок Measurements, в который поступает информация от внутренних измерительных датчиков блоков силовой схемы, а также датчиков напряжения нагрузки  $u_{la}$ ,  $u_{lb}$ ,  $u_{lc}$ . Информация об измеренных величинах и параметрах выводятся в ряд осциллографов (блоки Oscilloscopes) и мультиметров (блоки Multimeters).

Для моделирования были выбраны следующие параметры СЭ: амплитуда синусоидального напряжения источника  $U_{sm} = 311 \text{ V}$ ; относительная величина мощности короткого замыкания СЭ  $P_{SC}/P_{usf} = 20$ ; полезная мощность нагрузки  $P_{usf} = 133 \text{ kW}$ ; амплитуда фазных токов симметричной резистивной нагрузки при максимально возможном КПД СЭ ( $\eta_{\max} = 0,947$ )  $I_{mL} = 301 \text{ A}$ ; сопротивление линейных проводов  $R_s = 0,0548 \Omega$ .

Эксперимент на Matlab-модели проводился для трехфазной симметричной СЭ в диапазоне изменений относительной величины действующей реактивной мощности  $Q_{RMS*}$  от 0 до 1, при неизменной величине средней (среднеквадратической) активной полезной мощности нагрузки  $P_{AVusf} = P_{RMSusf} = \text{const}$ . Токи симметричной реактивной нагрузки задавались блоками  $I_{la}$ ,  $I_{lb}$ ,  $I_{lc}$ . Неизменность величины  $P_{AVusf}$  при увеличении относительной действующей реактивной мощности достигалась увеличением амплитуды токов симметричной активной нагрузки  $I_{mL}$ . Результаты моделирования представлены в табл. 2. В модели были измерены: суммарная мощность СЭ  $P_s$ ; КПД СЭ  $\eta$ ; относительная средняя суммарная мощность потерь энергии  $\Delta P_{AV\Sigma*}$ ; относительное значение дополнительной

Силовая схема модели состоит из трех блоков  $U_{sa}$ ,  $U_{sb}$ ,  $U_{sc}$ , представляющих собой трехфазный симметричный источник напряжений; резистивной нагрузки, моделируемой источниками тока  $I_{la}$ ,  $I_{lb}$ ,  $I_{lc}$ ; дополнительной нагрузки, моделируемой источниками тока  $I_{la}$ ,  $I_{lb}$ ,  $I_{lc}$ ; соединительной четырехпроводной линии, активное сопротивление проводов которой учитывается в блоках  $R_a$ ,  $R_b$ ,  $R_c$ ,  $R_n$ . Для задания режимов работы СЭ



мощности потерь, являющейся функцией модуля вектора действующей реактивной мощности  $\Delta P_{q*}$ ; относительные амплитуды первых гармоник пульсаций соответственно мгновенной активной  $P_{m1*}$  и реактивной  $Q_{m1*}$  мощностей; среднее значение модуля вектора реактивной мощности, вычисленное в периоде повторяемости,  $Q_{AV*}$ ; средняя полезная мощность нагрузки  $P_{AVusf}$ ; относительная среднеквадратичная суммарная мощность потерь энергии  $\Delta P_{RMS*}$ .

В табл. 3 представлено сопоставление экспериментальных результатов, полученных на Matlab-модели, с результатами расчета по (31).

Таблица 2

Результаты моделирования симметричной СЭ

$Q_{rms*}$	$I_{mL}, A$	$I_{mI}, A$	$P_s, kW$	$P_{AVusf}, kW$	$\eta$	$\Delta P_{AV\Sigma*}$	$\Delta P_{q*}$	$P_{m1*}$	$Q_{m1*}$	$Q_{AV*}$	$\Delta P_{RMS*}$
0	300,9	0	140,41	133	0,947	0,05596	0	0	0	0	0,05596
0,1	301	28,5	140,51	133	0,9465	0,05652	0,00056	0	0	0,1	0,05652
0,2	301,5	56,9	140,7	133	0,945	0,0582	0,00224	0	0	0,2	0,0582
0,3	302,4	85,5	141,18	133	0,9425	0,06103	0,00507	0	0	0,3	0,06103
0,4	303,4	114	141,67	133	0,939	0,06495	0,00899	0	0	0,4	0,06495
0,5	304,9	142	142,35	133	0,9346	0,07	0,01404	0	0	0,5	0,07
0,6	306,8	171	143,22	133	0,9292	0,07623	0,02027	0	0	0,6	0,07623
0,7	308,8	199	144,19	133	0,9229	0,08353	0,02757	0	0	0,7	0,08353
0,8	311,1	228	145,25	133	0,9158	0,09195	0,03599	0	0	0,8	0,09195
0,9	313,7	256	146,51	133	0,9079	0,1015	0,04554	0	0	0,9	0,1015
1	317	285	147,96	133	0,899	0,1124	0,5644	0	0	1	0,1124

Таблица 3

Сопоставление результатов расчета и эксперимента

$Q_{rms*}$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$\Delta P_{AV\Sigma расч*}$	0,05597	0,05653	0,0582	0,061	0,06492	0,06996	0,07611	0,08339	0,09178	0,1013	0,11193
$\Delta P_{AV\Sigma экп*}$	0,05596	0,05652	0,0582	0,06103	0,06495	0,07	0,07623	0,08353	0,09195	0,1015	0,1124

Сопоставление результатов моделирования, представленных в табл. 2, с результатами теоретических расчетов показало высокую степень совпадения.

### Рассмотрение полученных результатов на несимметричные СЭ

Рассмотрим трехфазную четырехпроводную СЭ по рис. 1 с симметричным синусоидальным источником напряжения и асимметричной резистивной нагрузкой. Вследствие протекания тока в нулевом проводе, а также присутствия пульсаций в кривых мгновенной активной и реактивной мощностей представленная система не эквивалентна по дополнительным потерям энергии аналогичной симметричной системе. Для адекватности сопоставления результатов исследований симметричной и асимметричной СЭ были приняты следующие допущения:

– исключено сопротивление нулевого провода;

– при проведении эксперимента с помощью источников тока дополнительной нагрузки Matlab-модели поддерживалось постоянным среднеквадратическое значение активной мощности, измеренное в периоде повторяемости  $P_{RMSusf} = const = 133 \text{ kW}$ .

Асимметрия резистивной нагрузки достигалась изменением тока в одной из трех фаз СЭ. Результаты моделирования представлены в табл. 4.

Сопоставление расчета средней мощности дополнительных потерь  $\Delta P_{q*}$ , являющейся функцией модуля вектора действующей реактивной мощности, симметричной и асимметричной систем электроснабжения (см. табл. 2 и табл. 4) дало практическое совпадение в пределах статистической погрешности, что позволяет распространить теоретические соотношения для симметричной СЭ на асимметричные системы. При

приведении ассиметричной системы к симметричной одинаковое приращение модуля реактивной мощности вызовет соответствующие равные приращения мощности дополнительных потерь для обеих систем. Следует отметить, что рассматриваемая ассиметричная система является идеализированной ввиду отсутствия потерь в нулевом проводе, учет которых необходим при исследовании реальных четырехпроводных СЭ.

Таблица 4

Результаты моделирования ассиметричной СЭ

$Q_{rms}^*$	$I_{maL} = I_{mbL}$ А	$I_{mcL}$ А	$I_{ml}$ А	$P_s$ kW	$P_{AVusf}$ kW	$\eta$	$\Delta P_{AV\Sigma}^*$	$\Delta P_q^*$	$P_{m1}^*$	$Q_{m1}^*$	$Q_{AV}^*$	$\Delta P_{RMS}^*$
0	300,9	300,9	0	140,41	133	0,947	0,05596	0	0	0	0	0,05596
0,1	300,9	230,9	23,3	140,41	132,9	0,9464	0,05659	0,00063	0,08	0,03	0,09	0,07819
0,2	300,9	161,2	45,86	140,12	132,3	0,9446	0,05834	0,00238	0,16	0,05	0,19	0,08167
0,3	300,9	91,47	67,83	139,54	131,4	0,9416	0,06124	0,00528	0,25	0,08	0,28	0,087
0,4	300,9	21,62	89,45	138,76	130	0,9374	0,06531	0,00935	0,33	0,1	0,37	0,09401
0,5	300,9	-48,3	110,5	137,7	128,3	0,9319	0,07051	0,01455	0,41	0,13	0,47	0,1024
0,6	300,9	-118	130,6	136,25	126	0,9251	0,07676	0,0208	0,49	0,15	0,56	0,1118
0,7	300,9	-188	150,3	134,6	120,7	0,9168	0,08415	0,02819	0,57	0,18	0,65	0,1255
0,8	300,9	-258	168,9	132,37	120	0,907	0,09254	0,03658	0,65	0,2	0,75	0,1341
0,9	300,9	-327	186,4	129,76	116,1	0,8954	0,1019	0,04594	0,73	0,23	0,84	0,1467
1	300,9	-398	202,8	126,47	111,4	0,8818	0,1123	0,05634	0,82	0,25	0,93	0,1603

### Выводы

1. Средние за период повторяемости суммарные потери энергии в системе электроснабжения имеют три составляющие: минимальные потери при симметричной резистивной нагрузке, симметричных синусоидальных напряжениях источника и при отсутствии пульсаций в кривой мгновенной активной мощности; потери, обусловленные реактивными составляющими токов, пропорциональными реактивной мощности; потери, обусловленные пульсациями мгновенной активной мощности.

2. При расчетах потерь энергии и КПД системы электроснабжения целесообразно оперировать мгновенными значениями модуля пространственного вектора реактивной мощности и среднеквадратическим значением этого модуля, вычисленным в периоде повторяемости. По физическому смыслу процессов в системе электроснабжения реактивная мощность не может быть отрицательной, так как не могут быть отрицательными потери энергии.

3. Получена расчетная формула (31) для определения реального КПД системы электроснабжения по относительной величине среднеквадратического значения модуля пространственного вектора реактивной мощности, вычисленной в периоде повторяемости при заданном значении параметра  $P_{SC}/P_{usf}$ . Эта формула, как следует из результатов виртуального эксперимента, справедлива не только для симметричной системы синусоидальных напряжений и токов, но и для идеализированной трехфазной четырехпроводной системы с асимметричной резистивной нагрузкой. Можно предположить, что формула (31) в неизменном виде или с поправками справедлива для всех случаев появления расчетной реактивной мощности.

### Список использованной литературы

1. Lyon W. V. Reactive power and unbalanced circuits / W.V. Lyon // Electrical world. – 1920. – Vol. 75. – June. – no. 25. – P. 1417–1420.
2. Budeanu C.I. Puissances réactives et fictives / Budeanu C.I. // Ins. Bucharest. Romaine de Energie. 1927.
3. Fryze S. Active and Apparent power in non-sinusoidal systems / S. Fryze // Przegląd Elektrot. – 1931. – no. 7. – P. 193–203.
4. Fryze S. Wirk-, Blind- und Scheinleistung in Elektrischen Stromkreisen mit Nichtsinusoidalem Verlauf von Strom und Spannung / S. Fryze // Elect. Zeitschrift. – 1932. – Vol. 53. – no. 25. – P. 596–599.

5. H. Akagi Generalized theory of the instantaneous power in three phase circuits / H. Akagi, Y. Kanazawa, A. Nubae // Int. Power Electronics Conf., Tokio, Japan. – 1983. P.1375–1386.
6. Akagi H. Instantaneous re active power compensations comprising switching devices without energy storage components / H. Akagi, Y. Kanazawa, A. Nabae // IEEE Trans. Ind. Applicat. – May/June, 1984. – Vol. 20. – P. 625 – 630.
7. Akagi H. Analysis and design of an active power filter using quad-series voltage source PWM converters / H. Akagi, Y. Tsukamoto, A. Nubae // IEEE Trans. Ind. Applicat. –1990. – Vol. 26. – P. 93–98.
8. Nubae A. A new definition of instantaneous active-reactive current and power based on instantaneous space vectors on polar coordinates in three-phase circuit / A. Nubae, T. Tanake // IEEE/PES Winder Meeting. Paper 96. WM227-9PWRD. 1996.
9. Peng F. Z. Generalized instantaneous reactive power theory for three-phase power systems / F. Z. Peng, J.S. Lai // IEEE Trans. Instrum. Meas. – 1996. – Vol. 45. – no. 1. – P. 293–297.
10. Kim H. S. The instantaneous power theory based on mapping matrices in three-phase four-wire systems / H. S. Kim, H. Akagi // In Proc. PCC'97 Conf.voll, Nagaoka, Japan, Aug. – 1997. – P. 361–366.
11. Peng F. Z. Harmonic and reactive power compensation based on mapping matrices in three-phase four-wire systems / F. Z. Peng, G. W. Ott, D. J. Adams // IEEE Trans. Power Electronics. – 1998. – Vol. 13. – no. 1. P. 305–312.
12. Kim H.S. The theory of instantaneous power in three-phase four-wire systems: a comprehensive approach / H.S. Kim, S. Ogasawara, H. Akagi // In. Proc. IEEE/IAS'99' Aunu. Meeting. – Oct. 1999. – pp. 431–439.
13. Soares V. An instantaneous active and reactive current component method for active filters / V. Soares, P. Verdelho. G.D. Marques // IEEE Trans. Power Electronics. – July 2000. – Vol. 15. pp. 660–669.
14. Kim H. Instantaneous power compensation in three-phase systems using p-q-r theory / H. Kim, F. Blaabjerg, B. Bak-Jensen, I. Choi // IEEE Trans. Power Electronics. – 2002. – Vol. 17. – no. 5. – pp. 701–710.
15. Kim H. Reference ware generation in dynamic voltage restorers by use of the pqr power theory / H. Kim, S. Lee., S. Sul // In Proc. IEEE Appl. Power Electron. Conf. Exp. (APEC 2004). – Vol. 3. pp. 1452–1457.
16. Жемеров Г.Г. Мгновенные и средние активные и реактивные мощности в линейных цепях с синусоидальными напряжениями / Г.Г. Жемеров, Д.В. Тугай // Вестник НТУ «ХПИ», серия «Электротехника, электроника и электропривод». – 2004. – Выпуск 43. – С. 153–160.
17. Жемеров Г.Г. О понятиях «мгновенная активная мощность» и «мгновенная реактивная мощность» / Г.Г. Жемеров, Е.И. Сокол, Н.А. Ильина, О.В. Ильина // Технічна електродинаміка, тем. випуск, «Силова електроніка та енергоефективність». – 2007. – Ч. 1. – С. 33–44.
18. Akagi H. Instantaneous power theory and applications to power conditioning / H. Akagi, E.H. Vatanabe, M. // Aredes. IEEE Press / Willy-Interscience. – 2007. – 379 p.
19. Жемеров Г. Г. Энергосберегающий эффект компенсации пульсаций мгновенной активной мощности / Г. Г. Жемеров, О. В. Ильина, Д. В. Тугай // Технічна електродинаміка, тем. випуск, «Силова електроніка та енергоефективність». – 2006. – Ч. 4. – С. 22–27.
20. Бронштейн И. Н. Справочник по математике / Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. // Москва. – 1957. – 608 с.
21. Круг К. А Основы электротехники / К. А. Круг // Госэнергоиздат. – 1952. – 432 с.
22. Жемеров Г. Г. Энергия и мощность в системах электроснабжения с полупроводниковыми преобразователями и накопителями энергии / Г. Г. Жемеров, Д. В. Тугай // Електротехніка і електромеханіка. – 2014. – № 1. – С. 45–57.
23. Жемеров Г. Г. КПД систем электроснабжения постоянного напряжения и трехфазной симметричной системы синусоидальных напряжений / Г. Г. Жемеров, Н. А. Ильина, О. В. Ильина, О. И. Ковальчук, Е. И. Сокол // Технічна електродинаміка, тем. випуск, «Проблеми сучасної електротехніки». – 2010. – Ч. 2. – С. 107–118.
24. Жемеров Г. Г. КПД трехфазной четырехпроводной системы электроснабжения с асимметричной нагрузкой / Г. Г. Жемеров, Н. А. Ильина, О. В. Ильина, О. И. Ковальчук, Е. И. Сокол // Технічна електродинаміка, тем. випуск, «Силова електроніка та енергоефективність». – 2010. – Ч. 1. – С. 22–31.
25. Жемеров Г. Г. КПД системы электроснабжения однофазного переменного напряжения прямоугольной и синусоидальной формы / Г. Г. Жемеров, О. В. Ильина, О. И. Ковальчук // Технічна електродинаміка, тем. випуск, «Силова електроніка та енергоефективність». – 2010. – Ч. 2. – С. 7–15.
26. Маевский О. А. Энергетические показатели вентильных преобразователей / О. А. Маевский // М.: Энергия. – 1978. – 320 с.
27. Домнин И. Ф. Компенсация пульсаций мгновенной активной мощности в цепях с резистивной нагрузкой / И. Ф. Домнин, Г. Г. Жемеров, О. В. Ильина, Д. В. Тугай // Технічна електродинаміка, тем. випуск, «Проблеми сучасної електротехніки». – 2006. – Ч. 6. – С. 36–41.

## References

1. Lyon W.V. Reactive power and unbalanced circuits / W.V. Lyon // Electrical world. – 1920. – Vol. 75. – June. – no. 25. – P. 1417–1420.
2. Budeanu C.I. Puissances réactives et fictives / Budeanu C. I. // Ins. Bucharest. Romaine de Energie. 1927.
3. Fryze S. Active and Apparent power in non-sinusoidal systems / S. Fryze // Przegląd Elektrot. – 1931. – no. 7. – P. 193–203.

4. Fryze S. Wirk-, Blind- und Scheinleistung in Elektrischen Stromkreisen mit Nichtsinusoidalem Verlauf von Strom und Spannung / S. Fryze // Elect. Zeitschrift. – 1932. – Vol. 53. – no. 25. – P. 596–599.
5. H. Akagi Generalized theory of the instantaneous power in three phase circuits / H. Akagi, Y. Kanazawa, A. Nubae // Int. Power Electronics Conf. Tokio. Japan. – 1983. – P.1375–1386.
6. Akagi H. Instantaneous re active power compensations comprising switching devices without energy storage components / H. Akagi, Y. Kanazawa, A. Nabae // IEEE Trans. Ind. Applicat. – May/June, 1984. – Vol. 20. – P. 625 – 630.
7. Akagi H. Analysis and design of an active power filter using quad-series voltage source PWM converters / H. Akagi, Y. Tsukamoto, A. Nubae // IEEE Trans. Ind. Applicat. –1990. – Vol. 26. – p. 93–98.
8. Nubae A. A new definition of instantaneous active-reactive current and power based on instantaneous space vectors on polar coordinates in three-phase circuits / A. Nubae, T. Tanake // IEEE/PES Winder Meeting. Paper 96. WM227-9PWRD. 1996.
9. Peng F. Z. Generalized instantaneous reactive power theory for three-phase power systems / F.Z. Peng, J. S. Lai // IEEE Trans. Instrum. Meas. – 1996. – Vol. 45. – no. 1. – P. 293–297.
10. Kim H. S. The instantaneous power theory based on mapping matrices in three-phase four-wire systems / H. S. Kim, H. Akagi // In Proc. PCC'97 Conf.voll, Nagaoka, Japan, Aug. – 1997. – P. 361–366.
11. Peng F.Z. Harmonic and reactive power compensation based on mapping matrices in three-phase four-wire systems / F.Z. Peng, G.W. Ott, D.J. Adams // IEEE Trans. Power Electronics. – 1998. – Vol. 13. – no. 1. P. 305–312.
12. Kim H.S. The theory of instantaneous power in three-phase four-wire systems: a comprehensive approach / H.S. Kim, S. Ogasawara, H. Akagi // In. Proc. IEEE/IAS'99' Aunu. Meeting. – Oct. 1999. – P. 431–439.
13. Soares V. An instantaneous active and reactive current component method for active filters / V. Soares, P. Verdelho. G.D. Marques // IEEE Trans. Power Electronics. – July 2000. – Vol. 15. P. 660–669.
14. Kim H. Instantaneous power compensation in three-phase systems using p-q-r theory / H. Kim, F. Blaabjerg, B. Bak-Jensen, I. Choi // IEEE Trans. Power Electronics. – 2002. – Vol. 17. – no. 5. – P. 701–710.
15. Kim H. Reference ware generation in dynamic voltage restorers by use of the pqr power theory / H. Kim, S. Lee., S. Sul // In Proc. IEEE Appl. Power Electron. Conf. Exp. (APEC 2004). – Vol. 3. P. 1452–1457.
16. Zhemerov, G. G., Tugay, D. V. (2004), Instantaneous and average active and reactive power in linear circuits with sinusoidal voltage [Mgnovenkiye i srednie aktivnyie i reaktivnyie moschnosti v lineyniyh tsepyah s sinusoidalnymi napryazheniyami], Vesnik NTU "KhPI" "Problemi avtomatizirovannoho elektroprivoda. Teoriya i praktika" Issue 43, P. 135–141.
17. Zhemerov, G. G. & Sokol, E. I., Ilyina, N. A., Ilyina, O. V. (2007), The concepts of "instantaneous active power" and "instantaneous reactive power" [O ponyatiyah «mgnovennaya aktivnaya moschnost» i «mgnovennaya reaktivnaya moschnost»], Tehnichna elektrodynamika "Silova elektronika i energoefektivnist", Part 1, P. 33–44.
18. Akagi H. Instantaneous power theory and applications to power conditioning / H. Akagi, E.H. Vatanabe, M. // Aredes. IEEE Press / Willy-Interscience. – 2007. – 379 p.
19. Zhemerov, G. G. & Ilyina, O. V., Tugay, D. V. (2006), Energy-saving effect of compensation ripple instantaneous real power [Energoberegayushchiy effekt kompensatsii pulsatsiy mgnovennoy aktivnoy moschnosti], Tehnichna elektrodynamika "Silova elektronika i energoefektivnist", Part 4, P. 22–27.
20. Bronshtein I. N. (1957), Mathematical Handbook [Spravochnik po matematike], Moskow, 608 p.
21. Krug K. A. (1952), Fundamentals of Electrical Engineering [Osnovy elektrotehniki], Gosenergoizdat, 432 p.
22. Zhemerov, G. G., Tugay, D. V. (2014), Energy and power supply systems with semiconductor converters and energy storage [Energiya i moschnost v sistemah elektrosnabzheniya s poluprovodnikovymi preobrazovatelyami i nakopitelyami energii], Electronics and electricalmechanics, no. 1, P. 45–57.
23. Zhemerov, G. G. & Ilyina, N. A., Ilyina, O. V., Kovalchuk, O. I., Sokol, E. I. (2010), Efficiency of DC power supply systems and symmetrical three-phase system of sinusoidal voltage [KPD sistem elektrosnabzheniya postoyannogo napryazheniya i trehfaznoy simmetrichnoy sistemoy sinusoidalnyih napryazheniy], Tehnichna elektrodynamika "Problemi suchasnoi elektrotehniki", Part 2, P. 107–118.
24. Zhemerov, G. G. & Ilyina, N. A., Ilyina, O. V., Kovalchuk, O. I., Sokol, E. I. (2010), Efficiency three-phase four-wire power supply system with an asymmetric load [KPD trehfaznoy chetyrehprovodnoy sistemoy elektrosnabzheniya s asimmetrichnoy nagruzkoy], Tehnichna elektrodynamika "Silova elektronika i energoefektivnist", Part 1, P. 22–31.
25. Zhemerov, G. G. & Ilyina, O. V., Kovalchuk, O. I. (2010), Efficiency of single-phase AC power system voltage rectangular and sinusoidal [KPD sistemoy elektrosnabzheniya odnofaznogo peremennogo napryazheniya pryamougolnoy i sinusoidalnoy formy], Tehnichna elektrodynamika "Silova elektronika i energoefektivnist", Part 2, P. 7–15.
26. Maevskiy, O. A. (1978), Energy performance of rectifier converters [Energeticheskie pokazateli ventilnyih preobrazovateley], Energy, Mockow, 320 p.
27. Domnin, I. F. & Zhemerov, G. G., Ilyina, O. V., Tugay, D. V. (2006), Compensation ripple instantaneous real power in circuits with resistive [Kompensatsiya pulsatsiy mgnovennoy aktivnoy moschnosti v tsepyah s rezistivnoy nagruzkoy], Tehnichna elektrodynamika "Problemi suchasnoi elektrotehniki", Part 6, P. 36–41.

Поступила в редакцию 20.07 2014 г.